Визначення коефіцієнта працездатності військовослужбовців від параметрів запропонованої моделі

Володимир Мірненко * [A]; Олег Шекера [B]; Сергій Пустовий [C]; Петро Яблонський [D]; Микола Бутенко [D]; Олександр П'явчук [D]

[A] Департамент військової освіти і науки Міністерства оборони України, пр-кт Повітрофлотський 28, м. Київ, 03049, Україна
[B] Національна медична академія післядипломної освіти імені П.Л. Шупіка, вул. Дорогожицька, 9, м. Київ, 04112, Україна
[C] ТОВ "Котрис", вул. Петра Нестерова, 3, м. Київ, 03680, Україна
[D] Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, пр-кт Повітрофлотський 28, м. Київ, 03049, Україна

Received: November 22, 2020 | Revised: December 07, 2020 | Accepted: December 31, 2020

DOI: 10.33445/sds.2020.10.6.3

Анотація

У статті побудовано математичну модель профілактичного обслуговування військовослужбовців з використанням напівмарковського випадкового процесу. За модель захворюваності військовослужбовців обрано експоненціальний закон розподілу часу між захворюваннями. Застосування такого закону є правомірним для військовослужбовців не старше 45 років. За критерій ефективності профілактичного обслуговування військовослужбовців обрано коефіцієнт працездатності, який представляє собою імовірність перебування військовослужбовця у працездатному стані у будь-який момент часу. В роботі встановлена аналітична залежність запропонованого коефіцієнта працездатності від параметрів системи медичного обслуговування, а саме: рівня захворюваності, періодичності проведення диспансерних оглядів, імовірності звернення військовослужбовця за медичною допомогою у разі захворювання, якості постановки діагнозу захворювання у санітарній частині та госпіталі, тривалості повного відновлення працездатності. Отриманні залежності відповідають фізичному смислу і можуть бути використанні на практиці. У статті показано залежність коефіцієнта працездатності від періодичності проведення диспансерних оглядів при різних рівнях захворюваності і решти зафіксованих параметрів медичного обслуговування.

Ключові слова: коефіцієнт працездатності, періодичність проведення диспансерних оглядів, інтенсивність захворювань, тривалість відновлення працездатності, якість діагностики.

Постановка проблеми

У попередніх дослідженнях для системи медичного обслуговування було побудовано математичну модель її функціонування [1, 2].

Разом з тим, для організаторів системи медичного обслуговування актуальним вважається проблема забезпечення максимального рівня коефіцієнта працездатності від параметрів системи профілактичного обслуговування. Іншими словами, нас цікавить при яких комбінаціях параметрів системи медичного обслуговування може бути забезпечена їх максимальна працездатність.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В роботі [1] викладені міркування щодо побудови математичної моделі медичного обслуговування населення, а також військовослужбовців [2]. За критерій ефективності системи медичного обслуговування обрано коефіцієнт

* **Corresponding author:** директор Департаменту, д.т.н., професор, Заслужений працівник освіти України, e-mail: mirnenkovi@gmail.com, ORCID:0000-0002-7484-1035

працездатності, який являє собою ймовірність перебування військовослужбовця у працездатному стані. Математична модель побудована з використанням напівмарковського випадкового процесу, який є більш потужним математичним методом у порівнянні, наприклад, з марковським випадковим процесом.

Постановка завдання

Основною метою статті є встановлення аналітичної залежності коефіцієнта працездатності від параметрів системи медичного обслуговування для експоненціального закону розподілу часу між захворюваннями та визначення залежності коефіцієнту працездатності від періодичності проведення диспансерних оглядів населення, у тому числі військовослужбовців Збройних Сил України при різних значеннях інтенсивності захворювань і певних значеннях решти параметрів системи медичного обслуговування. Крім того, встановлення оптимальної за критерієм коефіцієнта працездатності періодичності проведення диспансерних оглядів при деяких спрощеннях моделі.

Виклад основного матеріалу

Наявність схеми переходів є необхідною умовою для вирішення поставленої задачі. Зі схеми переходів видно, що всі стани моделі мають між собою сполучення, тобто відсутні поглинаючі стани. Стрілки на схемі переходів показують напрямок переходів, над стрілками показані тривалості перебування випадкового процесу у стані h_i, $i = \overline{1,7}$ при переході до стану h_j, $j=\overline{1,7}$. Математична модель переходів докладно описана у роботі [2].

Для визначення $K_{пр}$ введемо деякі позначення. Через $F(t)$ позначимо функцію розподілу часу між захворюваннями пацієнта. Функцію розподілу часу τ_n надходження помилкового звернення за медичною допомогою позначимо через $\Phi(t)$ і будемо вважати, що вона розподілена за експоненціальним законом, тобто $\Phi(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, де λ – інтенсивність надходження помилкових звернень пацієнта за медичною допомогою. Сигнал помилкової тривоги надходить тоді, коли $\tau_n < \tau$. Через ρ позначимо ймовірність звернення пацієнта за медичною допомогою. Можна вважати, що для сучасних умов медичного обслуговування така ймовірність $0 < \rho < 1$.

На множині станів h_i, $i = \overline{1,7}$ запропонованої моделі побудуємо напівмарковський випадковий процес в його класичному розумінні [3]. Для цього необхідно мати матриці ймовірностей переходів та функцій розподілу часу перебування процесу у стані h_i, якщо перехід відбудеться до стану h_j. Матриця ймовірностей переходів для запропонованої моделі може бути представлена у вигляді:

$$P(T) = \begin{Vmatrix} 0 & [1-F(T)]\cdot e^{-\lambda T} & (1-\rho)\int_0^T e^{-\lambda t}dF(t) & 0 & \rho\int_0^T e^{-\lambda t}dF(t) & \lambda\int_0^T e^{-\lambda t}[1-F(t)]dt & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{нr} & 0 & 0 & 1-d_{нr} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d^*_{нr} & 0 & 0 & 1-d^*_{нr} \\ d^*_r & 0 & 0 & 1-d^*_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda_{nr}T} & 0 & 1-e^{-\lambda_{nr}T} & 0 & 0 \end{Vmatrix} \quad (1)$$

В формулі (1) через λ_{nr} позначена інтенсивність проявлення пропущеного під час медичного обстеження захворювання, причому вважається, що такі прояви захворювання розподілені за експоненціальним законом. Обов'язковою умовою матриці ймовірностей переходів є вимоги, щоб по кожному рядку сума ймовірностей дорівнювала одиниці. По всіх рядках, крім першого, це очевидно. Можна показати, що для визначеного закону розподілу, наприклад, експоненціального така вимога дотримується.

Далі визначимо функції розподілу тривалості часу переходу для запропонованої моделі системи зі стану h_i, до стану h_j.

А саме:

$$\left.\begin{aligned}&F_{12}(t) = F_{13} = 1(T);\ F_{21}(t) = 1(t_n + t_{np});\\&F_{34}(t) = F_{37} = 1(t_n);\ F_{41} = 1(t_в);\\&F_{54}(t) = F_{64}(t) = 1(t_n^*);\\&F_{57}(t) = F_{64}(t) = 1(t_n^*);\ F_{73}(t) = 1(T).\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$F_{15}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq T \\ \dfrac{\int_0^t e^{-\lambda x} dF(x)}{\int_0^T e^{-\lambda x} dF(x)} & t < T \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$F_{16}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq T \\ \dfrac{\int_0^t [1-F(x)] \cdot e^{-\lambda x} dF(x)}{\int_0^T [1-F(x)] \cdot e^{-\lambda x} dF(x)} & t < T \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{75}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq T \\ \dfrac{\int_0^t e^{-\lambda np \cdot x} dF(x)}{\int_0^T e^{-\lambda np \cdot x} dF(x)} & t < T \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (5)$$

де $1(y) = \begin{cases} 0, & t < y; \\ 1, & t \geq y. \end{cases}$

Решта $F_{ij}(t)$ $i = \overline{1{,}7}$, $j = \overline{1{,}7}$ дорівнюють нулю.

Коефіцієнт працездатності військово-службовця згідно з запропонованою моделлю може бути визначений згідно з такою формулою [3]:

$$K_{\text{ПР}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \pi_i(T) \cdot \omega_i(T)}{\sum_{i=1}^{n} \pi_i(T) \cdot \mu_i(T)} \quad (6)$$

де $\pi_i(T)$ – середня частота повертання марковського ланцюга до стану h_i;

$\omega_i(T)$ – середній час перебування пацієнта у працездатному стані h_i;

$\mu_i(T)$ – математичне очікування тривалості перебування випадкового процесу у будь-якому стані.

Будемо вважати, що $\mu_i(T)$ скінчені величини для всіх i та T. Для запропонованої моделі середній час перебування пацієнта у працездатному стані буде дорівнювати

$$\omega_1(T) = M\{min(\tau, \tau_n)\} \quad (7)$$

Решта $\omega_i(T)$, $i = \overline{2{,}7}$ дорівнюють нулю тому, що пацієнт у станах, h_i, $i = \overline{2{,}7}$ або не працює за призначенням, або працює при наявності скритого захворювання.

Математичне очікування тривалості одного кроку під час переходу з попереднього стану до наступного визначається згідно з формулою:

$$\mu_i(T) = \sum_{j=1}^{7} P_{ij}(T) \cdot \int_0^T t \cdot dF_{ij}(T), \quad (8)$$

де $F_{ij}(T)$ – закон розподілу тривалості переходу зі стану h_i, $i = \overline{1{,}7}$ до стану h_j, $j = \overline{1{,}7}$;

$P_{ij}(T)$ – ймовірності переходу, що визначається матрицею (1).

Для однорідного ланцюга Маркова існують стаціонарні ймовірності $\pi_i(T)$, котрі визначаються з системи рівнянь [3]:

$$\left.\begin{aligned}&\overline{\pi}(T) = \overline{\pi}(T) \cdot P_{ij}(T)\\&\textstyle\sum_{i=1}^{7} \overline{\pi}(T) = 1\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

В роботі [3] показано, що якщо всі стани ланцюга Маркова, що задаються матрицею $P_{ij}(T)$, взаємно сполучені, то рішення (9) існує, воно є єдиним, причому $\pi_i(T) > 0$.

Після підстановки матриці $P_{ij}(T)$ в рівняння (9) отримаємо систему рівнянь:

$$\left.\begin{aligned}&\pi_1(T) = \pi_2(T) + \pi_4(T) + d_г^* \cdot \pi_6(T);\\&\pi_2(T) = a_1 \cdot \pi_1(T);\\&\pi_3(T) = a_2 \cdot \pi_1(T) + a_3 \cdot \pi_7(T);\\&\pi_4(T) = d_{нг} \cdot \pi_1(T) + d_{нг}^* \cdot \pi_5(T) + (1 - d_г^*) \cdot \pi_6(T);\\&\pi_5(T) = a_4 \cdot \pi_1(T) + a_5 \cdot \pi_7(T);\\&\pi_6(T) = a_6 \cdot \pi_1(T);\\&\pi_7(T) = (1 - d_{нг}) \cdot \pi_3(T) + (1 - d_{нг}^*) \cdot \pi_5(T);\\&\textstyle\sum_{i=1}^{7} \pi_1(T) = 1,\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

де $a_1 = [1 - F(T)] \cdot e^{-\lambda \text{T}}$; $a_2 = (1 - \rho) \cdot \int_0^T e^{-\lambda t} dF(t)$; $a_3 = e^{-\lambda_{\text{Пр}} \text{T}}$; $a_4 = \rho \cdot \int_0^T e^{-\lambda t} dF(t)$; $a_5 = 1 - e^{-\lambda_{\text{ПР}} \text{T}}$; $a_6 = \lambda \cdot \int_0^T e^{-\lambda t} [1 - F(t)] dt$.

Після рішення системи рівнянь (10) отримаємо:

$$\left.\begin{aligned}
&\pi_1(T) = \frac{M}{C};\\
&\pi_2(T) = a_1 \cdot \frac{M}{C};\\
&\pi_3(T) = a_2 \cdot \frac{M}{C} + a_3 \cdot \frac{a_2(1-d_{НГ})+a_4(1-d^*_{нг})}{C};\\
&\pi_4(T) = \frac{M[a_{нг}\cdot a_2 + d^*_{нг}\cdot a_4 + (1-d^*_{г})]a_6}{C} + \frac{[d_{нг}\cdot a_3 + d^*_{нг}\cdot a_5]\cdot[a_2(1-d_{нг})+a_4(1-d^*_{нг})]}{C};\\
&\pi_5(T) = a_4\frac{M}{C} + a_5\frac{a_2 - d_{нг}\cdot a_2 + a_4 - d^*_{нг}\cdot a_4}{C};\\
&\pi_6(T) = a_6 \cdot \frac{M}{C};\\
&\pi_7(T) = \frac{a_2(1-d_{нг})+a_4(1-d^*_{нг})}{C}.
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

де $M = 1 - a_3(1-d_{нг}) - a_5(1-d^*_{нг})$

$$C = [1 + a_1 + a_2 + a_4 + 2a_6 + 2a_6 + d_{нг}\cdot a_2 + d^*_{нг}\cdot a_4 - d^*_{г}\cdot a_6]\cdot[1 - a_3(1-d_{нг}) - \\ -a_5(1-d^*_{нг})] + [a_3(1+d_{нг}) + a_5(1-d^*_{нг}) + 1]\cdot[a_2(1-d_{нг}) + a_4(1-d^*_{нг})] \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}
&a_1 = A;\\
&a_2 = (1-\rho)\cdot\lambda_0\cdot B;\\
&a_3 = e^{-\lambda_{ПР}\cdot T};\\
&a_4 = \rho\cdot\lambda_0\cdot B;\\
&a_5 = 1 - e^{-\lambda_{ПР}\cdot T};\\
&a_6 = \lambda\cdot B;
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

де $A = e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}$; $B = \frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{\lambda_0+\lambda}$.

$$K_{ПР} = \frac{M\cdot B}{N_1},$$

$$N_1 = M\cdot\mu_1(T) + a_1\cdot M\cdot\mu_2(T) + a_2\cdot M + a_3(a_2(1-d_{нг}) + a_4(1-d^*_{нг}))\cdot\mu_3(T)$$

де $\{M\cdot[d_{нг}\cdot a_2 + d^*_{нг}\cdot a_4 + (1-d^*_{нг})\cdot a_6] + (d_{нг}\cdot a_3 + d^*_{нг}\cdot a_5)\cdot[a_2(1-d_{нг}) + a_4(1 - -d^*_{нг})]\}\cdot\mu_4(T) + [(a_4+a_6)\cdot M + a_5(a_2 - d_{нг}\cdot a_2 + a_4 - d^*_{нг}\cdot a_4)]\cdot\mu_5(T) + [a_2(1 - -d_{нг}) + a_4(1-d^*_{нг})]\cdot\mu_7(T)$

Для довільної функції розподілу часу між захворюваннями пацієнта математичне очікування тривалості одного кроку при переході зі стану *h*i до стану *h*j визначається наступним чином:

$$\left.\begin{aligned}
&\mu_1(T) = [1-F(T)]\cdot e^{-\lambda T} + (1-\rho)\cdot\int_0^T e^{-\lambda t}\cdot dF(t)\cdot T + \rho\int_0^T e^{-\lambda t}\cdot dF(t)\cdot\int_0^T t\cdot dF(t) + \\
&+\lambda\cdot\int_0^T e^{-\lambda t t}[1-F(t)]\cdot dt\cdot\int_0^T t\cdot dF(t);\\
&\mu_2(T) = t_{np} + t_n;\\
&\mu_3(T) = t_{np} - d_{нг}\cdot t_{np} + t_n;\\
&\mu_4(T) = t_в;\\
&\mu_5(T) = \mu_6(T) = t^*_n;\\
&\mu_7(T) = \frac{1-e^{-\lambda_{ПР}\cdot T}}{\lambda_{ПР}}.
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Після підстановки відповідних $\pi_i(T)$ з (11), $\omega_1(T)$ з (7) та $\mu_i(T)$ з (14) в формулу (6) отримаємо для довільної функції розподілу часу між захворюваннями пацієнта формулу для коефіцієнта працездатності:

$$K_{\text{ПР}} = \frac{M\cdot M\{min(\tau,\tau_n)\}}{N_1}, \tag{15}$$

Можна вважати, що функція розподілу часу між захворюваннями пацієнта розподілена за експоненціальним законом $F(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}$, де λ_0 – інтенсивність захворювання пацієнта.

Тоді:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T} \\ a_2 &= (1-\rho)\cdot\lambda_0\cdot\frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{\lambda_0+\lambda} \\ a_3 &= e^{-\lambda_{\Pi P}T} \\ a_4 &= \rho\cdot\lambda_0\cdot\frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{\lambda_0+\lambda} \\ a_5 &= 1-e^{-\lambda_{\Pi P}T} \\ a_6 &= \lambda\cdot\frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{\lambda_0+\lambda} \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

$$\mu_1(T) = e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}\cdot T + (1-\rho)\cdot\lambda_0\cdot\frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{\lambda_0+\lambda} + (\rho\cdot\lambda_0+\lambda)\cdot\frac{1-[(\lambda_0+\lambda)\cdot T+1]\cdot e^{-(\lambda_0+\lambda)\cdot T}}{(\lambda_0+\lambda)^2} \qquad (17)$$

Решта $\mu_i(T),\ i = \overline{2{,}7}$ від $F(t)$ не залежать.

Для визначення $\omega_1(T)$ необхідно знайти математичне очікування мінімуму двох випадкових величин, що розподілені за експоненціальним законом.

$$P\{min(\tau,\tau_n) > t\} = P\{\tau > t, \tau_n > t\} = P\{\tau > t\}\cdot P\{\tau_n > t\} = e^{-\lambda_0 t}\cdot e^{-\lambda t} = e^{-(\lambda_0+\lambda)t},$$

тому що випадкові величини τ, τ_n незалежні. Звідси:

$$M\{min(\tau,\tau_0)\} = \int_0^T e^{-(\lambda_0+\lambda)}dt = \frac{1-e^{-(\lambda_0+\lambda)T}}{\lambda_0+\lambda} \qquad (18)$$

Після підстановки відповідних $\pi_i(T)$ з (11), $\mu_i(T)$ з (14), а також $\omega_1(T)$ з (18) в формулу (6), отримаємо для $F(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}$ вираз для коефіцієнта працездатності пацієнта

$$K_{\Pi P} = \frac{M\cdot B}{N_2}, \qquad (19)$$

де

$$\begin{aligned} N_2 = {} & M\left[A\cdot T + (1-\rho)\cdot\lambda_0\cdot B\cdot T + (\rho\cdot\lambda_0+\lambda)\cdot\frac{1-[(\lambda_0+\lambda)T+1]\cdot A}{(\lambda_0+\lambda)^2}\right] + A\cdot M\cdot(t_{np}-t_n) + \\ & + \frac{(1-A)\cdot[(1-d^*_{н г})\cdot\lambda_0\cdot\rho + (1-d_{н г})(1-\rho)\lambda_0]}{\lambda_0+\lambda}\cdot\frac{1-e^{-\lambda_{np}\cdot T}}{\lambda_{np}} + \{M\cdot(1-\rho)\cdot\lambda_0\cdot B + e^{-\lambda_{np}\cdot T}\cdot \\ & \cdot\left[\left((1-d_{н г})\cdot(1-\rho)\cdot\lambda_0 + (1-d^*_{н г})\cdot\lambda_0\cdot\rho\right)\cdot B\right]\}\cdot(t_{пр} - d_{н г}\cdot t_{пр} + t_п) + \{M\cdot[(d_{н г}\cdot(1-\rho)\cdot\lambda_0 + \\ & + d^*_{н г}\cdot\lambda_0\cdot\rho)\cdot B + (1-d^*_{н г})\cdot\lambda\cdot B] + \left[d_{н г}\cdot e^{-\lambda_{пр}\cdot T} + d^*_{н г}(1-e^{-\lambda_{пр}\cdot T})\right]\cdot[\lambda_0((1-d_{н г})(1-\rho) + \rho(1-d^*_{н г}))]\}\cdot t^*_n, \end{aligned}$$

де $M = \left[1 - (1-d_{н г})e^{-\lambda_{np}\cdot T} - (1-d^*_{н г})(1-e^{-\lambda_{np}\cdot T})\right]$

Визначення оптимальної періодичності проведення диспансерних обстежень.

В формулі (19) розкладемо експоненціальні функції в ряд та обмежимося двома членами ряду. Таке припущення можливе, якщо ймовірність відсутності захворювання більше 0,9. Для спрощення подальших перетворень будемо вважати, що $d_{\text{нг}} = d^*_{\text{нг}}$, $d_{\text{г}} = d^*_{\text{г}}$, $t_n = t^*_n$. При таких умовах формулу (19) можна записати у вигляді: $K_{ПР} = \frac{T}{N_3}$, (20)

де $N_3 = T + \frac{1-d_{н г}}{d_{н г}}\cdot\lambda_0\cdot T^2 + (1-(\lambda_0+\lambda)\cdot T)(t_{np}+t_n) + \left(\frac{1-\lambda_{np}T}{d_{н г}} + \lambda_{np}T - \rho\right)\cdot\lambda_0\cdot T\cdot(t_{np} -$

$$-d_{н г}\cdot t_{np} + t_n) + \lambda_0\cdot T\cdot t_0 + \left(\lambda_0\rho\cdot T + \frac{1-d_{н г}}{d_{н г}}\cdot\lambda_{np}\cdot\lambda_0\cdot T^2 + \lambda\cdot T\right)\cdot t_n$$

Для формули (20) визначимо оптимальне значення періоду T проведення диспансерних обстежень, при якому буде максимальним $К_{пр}$. Для цього візьмемо від виразу (20) похідну по T і прирівняємо її до нуля. При деякому значенні $T_{ОПТ}$ $К_{пр}$ досягне максимуму.

$$\frac{\partial K_{пр}}{\partial T}=\frac{\frac{d_{нг}-1}{d_{нг}}\lambda_0+\frac{t_{np}+t_n}{T^2}+\left(\frac{\lambda_{np}}{d_{нг}}-\lambda_{np}\right)\cdot\lambda_0\cdot\left(t_{np}+t_n-d_{нг}\cdot t_{np}\right)+\frac{1-d_{нг}}{d_{нг}}\cdot\lambda_{np}\cdot\lambda_0\cdot t_n}{\left\{1+\frac{1-d_{нг}}{d_{нг}}\cdot\lambda_0\cdot T+\left(\frac{1-\lambda_0\cdot T}{T}\right)\cdot\left(t_{np}+t_n\right)+\frac{\lambda_0}{d_{нг}}\left(t_{np}-d_{нг}\cdot t_{np}+t_n\right)+\lambda_0\cdot t_n\right\}^2} \qquad (21)$$

Розв'язуючи аналіз рівняння (21) відносно *T*, отримаємо:

$$T_{ОПТ}=\sqrt{\frac{t_{np}+t_n}{\frac{1-d_{нг}}{d_{нг}}\left[\lambda_0\left(1-\lambda_{np}\cdot t_n-\lambda_{np}\left(t_{np}-d_{нг}\cdot t_{np}+t_n\right)\right)\right]}} \qquad (22)$$

Проведемо аналіз отриманого результату.

Видно, якщо $d_{\text{нг}}=1$, тоді $T_{\text{ОПТ}}\to\infty$, що відповідає уявленням, що для експоненціального закону розподілу часу між захворюваннями пацієнта не існує оптимального періоду проведення диспансерних оглядів, тому що він дорівнює нескінченності. Це означає, що отримана формула для визначення оптимального періоду проведення диспансерних оглядів пацієнта для експоненціального закону розподілу часу між його захворюваннями при умові, що достовірність постановки діагнозу менша за одиницю.

З формули (22) також видно, що оптимальний період тим більший, що більший інтервал між захворюваннями пацієнта, що добре відповідає фізичним уявленням. Якщо вважати, що $\lambda_{\text{пр}}=0$, то такий висновок стає очевидним. Ясно також, що існування невиявлених під час медичного обстеження захворювань, які з часом проявляються, призводить до зменшення оптимального періоду.

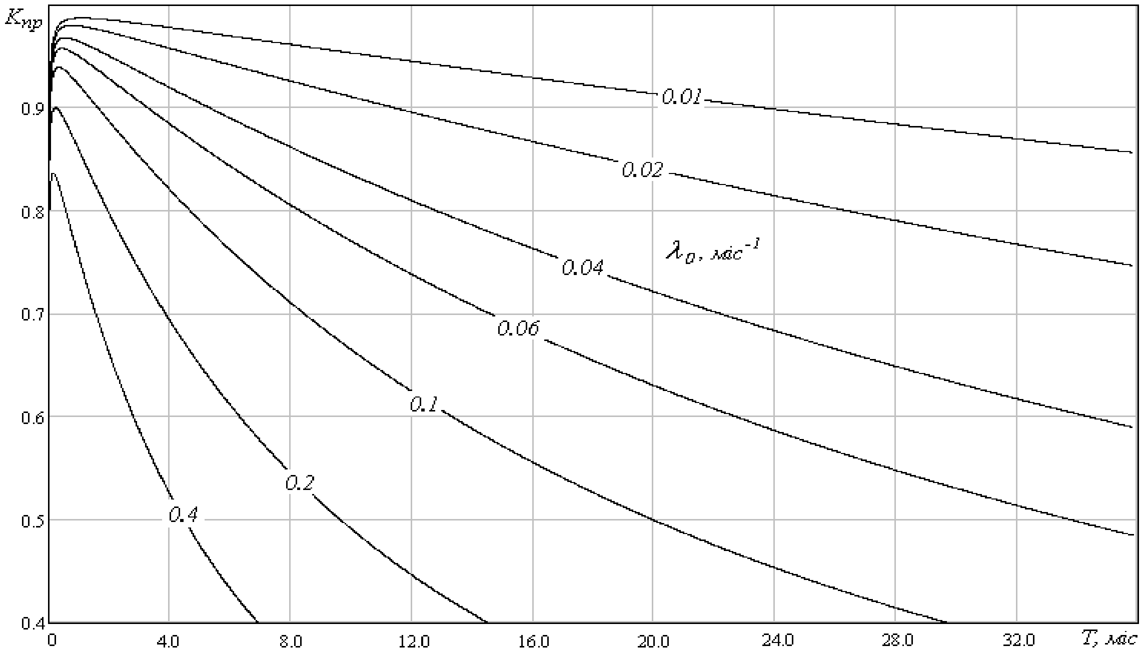
Дослідження впливу інтенсивності захворювань на коефіцієнт працездатності військовослужбовців.

Проведемо аналіз чутливості моделі від вхідних показників, який дозволить виявити ті з них, що в основному виявляють її властивості. Аналіз чутливості полягає у дослідженні впливу вказаних вхідних показників на обраний критерій ефективності. При цьому вхідні параметри змінюються у деяких межах і досліджуються наслідки таких змін. Якщо при незначних змінах таких вхідних показників критерій ефективності змінюється суттєво, то це означає, що такі вхідні параметри впливають на нього суттєво. Ця обставина є підставою для подальших витрат часу з метою отримання більш точних оцінок таких впливів. В той же час, якщо кінцеві результати при зміні параметрів у досить широких межах не змінюються, то подальше дослідження у цьому напрямку не є необхідним.

Прийнято вважати, що більшість складних організаційних систем працюють у відповідності з принципом, що з точки зору характеристик системи суттєвими є лише деякі з них. У більшості систем 20% факторів визначають 80% властивостей систем, а решта 80% факторів визначають лише 20% її властивостей. Зрозуміло, що неприпустимо знехтувати ні однією з змінних, котра суттєво впливає на систему. Однак на початковому етапі розробки моделі невідомо, який з факторів є суттєвим. Серед різних методів дослідження, за допомогою яких встановлюється залежність обраного критерію від певних чинників, нерідко застосовуються методи кореляційного і регресійного аналізу. Такі методи застосовуються, зазвичай, на початкових етапах дослідження, коли ще не встановлені залежності між факторами. При наявності формалізованої моделі вплив окремих факторів на обраний критерій визначається шляхом дослідження його чутливості від вхідних показників.

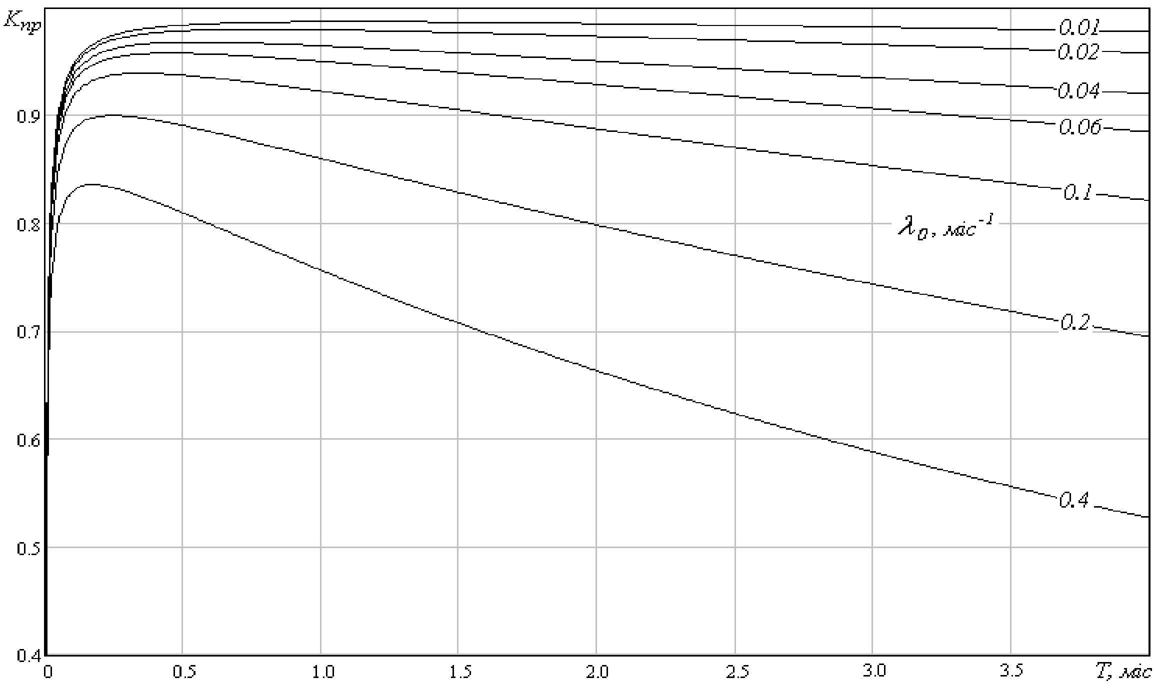
Дослідження залежності коефіцієнта працездатності від рівня захворювань.

При наявності аналітичної залежності коефіцієнта працездатності від вказаних вище параметрів проаналізуємо, яким чином впливає рівень захворювань на працездатність при проведенні диспансерних оглядів через визначені інтервали часу. При цьому по вісі ординат будемо відкладати значення коефіцієнта працездатності, а по вісі абсцис будемо відкладати значення періодичності проведення диспансерних обстежень. Така залежність показана на мал. 1. У якості параметра такої залежності використано рівень захворювань, що змінюється від 0,01 захворювань за місяць до 0,4 захворювань за місяць Постійні параметри, при котрих побудовані графіки на малюнках 1 та 2, вказані під малюнками.



Малюнок 1 – Залежність $K_{пр}$ від періодичності T проведення диспансерного обслуговування військовослужбовців при різних значеннях інтенсивності захворювань λ_0

λ=0,1· λ_0; $\lambda_{пр}$=0,1·λ_0; ρ=0,7; $d_{нг}$=0,85; $d^*_{нг}$=0,7; $t^*_п$=0,0055 міс; $t_п$=0,0041 міс; $t_в$=0,328 міс.



Малюнок 2 – Залежність $K_{пр}$ від періодичності T проведення диспансерного обслуговування військовослужбовців при різних значеннях інтенсивності захворювань λ_0

λ=0,1· λ_0; $\lambda_{пр}$=0,1·λ_0; ρ=0,7; $d_{нг}$=0,85; $d^*_{нг}$=0,7; $t^*_п$=0,0055 міс; $t_п$=0,0041 міс; $t_в$=0,328 міс.

На мал. 1 оптимальні значення коефіцієнта працездатності скупчені в області малих значень часу. З метою більш наглядного визначення максимальних значень коефіцієнта працездатності на мал. 2 початковий інтервал часу розтягнутий по вісі часу. З наведених графіків видно існування оптимальних періодів проведення диспансерних оглядів. Так, наприклад, для групи військовослужбовців з рівнем інтенсивності захворювань λ_0=0.02$\frac{1}{\text{міс.}}$ для досягнення $К_{пр}$=0.9 необхідно проводити диспансерні огляди майже через 12 місяців. В разі проведення диспансерних оглядів через 24 місяці рівень працездатності буде складати приблизно $К_{пр}$= 0.81. З графіків видно, що при збільшенні рівня захворювань коефіцієнт працездатності зменшується. Так, якщо інтенсивність захворювань буде складати λ_0=0.2 $\frac{1}{\text{міс.}}$, то через 2.5 місяців після попереднього огляду рівень працездатності буде складати 0.77. Всі висновки справедливі при постійних значеннях решти параметрів, що вказані під рисунками 1 та 2. Існування оптимального періоду для кожної кривої пояснюється тим, що при частих проведеннях диспансерних обстежень рівень працездатності зменшується. Тому що військовослужбовець не використовується за призначенням під час обстежень. Ще більше значення при цьому має гіпердіагностика окремих захворювань, коли будуть призначатися обстеження з приводу скарг на стан здоров'я, адже ймовірність правильної діагностики вважається рівною 0,7. Рідкі проведення диспансерних обстежень відносно оптимальних пов'язані з появою захворювань, які своєчасно не виявлені, якщо пацієнт самостійно не звернувся за медичною допомогою з різних причин. В разі захворювання у випадковий момент часу пацієнт з ймовірністю 0.3 своєчасно не звернеться за медичною допомогою. При цьому, що пізніше буде здійснюватися медичний огляд, тим більше часу пацієнт буде знаходитися у нездоровому стані і його працездатність буде знижена.

З наведених графіків видно, що при зростанні рівня захворювань залежність $К_{пр}= F(t)$ стає більш вираженою. При цьому збільшення захворювання приводить до суттєвого пониження працездатності. Більш того, можна стверджувати, що при високому рівні захворювання високих рівнів працездатності досягти неможливо.

Існування оптимального періоду проведення диспансерних оглядів для експоненціального закону розподілу часу між захворюваннями в запропонованій моделі необхідно обговорити більш докладно. З теорії обслуговування складних систем відомо, що для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи оптимального періоду проведення профілактичних робіт не існує, тому що після виконання профілактичних заходів і ремонту ймовірність відмови не зменшується. Цей висновок є справедливим при умові, що достовірність контролю технічної системи є ідеальною, тобто ймовірність надходження сигналу про відмову системи та ймовірність його діагностики дорівнює одиниці. Така обставина була також використана для перевірки якості запропонованої моделі. Тобто, перевірялась поведінка моделі при значенні ймовірності правильної постановки діагнозу та ймовірності своєчасного звертання за медичною допомогою, рівними одиниці. В цьому випадку період проведення диспансерних оглядів наближається до нескінченності, а це означає, що його не існує. Така перевірка показала, що запропонована модель при вказаних умовах дає результати, які співпадають з відомими.

Висновки

Результати проведених розрахунків показують, що при достовірності постановки діагнозу та ймовірності своєчасного звертання за медичною допомогою, менших за одиницю, при експоненціальному законі величини інтервалів між захворюваннями існує оптимальний період проведення диспансерних оглядів, при котрому коефіцієнт працездатності буде максимальним. Іншими словами, для реальних рівнів якості проведення діагностики та звернень за медичною допомогою існує оптимальний період проведення диспансерних оглядів, суттєво залежний від рівня захворювання. Існування максимального значення коефіцієнту працездатності для запропонованої моделі є доказом необхідності проведення диспансерних оглядів. Висновок про доцільність проведення диспансерних оглядів є вірним при умові, що виявлені з різними патологіями військовослужбовці в подальшому пройдуть обов'язкове лікування для відновлення втраченої працездатності. Зрозуміло, що без лікування диспансерні огляди працездатність не підвищать. Ця обставина є принциповою для запропонованої моделі.

Список використаних джерел

1. Шекера О.Г./Шекера О.Г, Яблонський П.М., Шекера О.О, Мельник Д. В., Кухарчук Х. М., Панасенко М. С. (2016) Формалізована модель функціонування системи медичного обслуговування населення. *Здоров'я суспільства*. №3-4, с. 130 – 131.
2. Mirnenko, V., Yablonsky, P., Butenko, M., Lytvynko, S., & Gutvert, R. (2019). Mathematical model for determining the effectiveness of medical examination of military personnel. *Journal of Scientific Papers «Social Development and Security»*, *9*(5), 143-157. DOI: 10.33445/ sds.2019.9.5.10.
3. Герцбах И. Б. Модели профилактики. Москва, Сов. Радио , 1969.
4. Mirnenko, V., Yablonsky, P., Koskov, Y., Litvinko, S. (2017). The mathematical model of medical servicing of servicemen with the use semi-Markov stochastic process theory. *Journal of Scientific Papers «Social Development and Security»*, *2*(2), 12-24. DOI: 10.5281/zenodo.1117937
5. Шекера О. Г., Яблонський П. М. (2008) Перспективи збереження та укріплення здоров'я військовослужбовців ЗС України. *Вісник соціальної гігієни та організації охорони здоров'я України*. № 3. С. 31–38.

Определение коэффициента работоспособности военнослужащих от параметров предложенной модели

Владимир Мирненко *[A]; Олег Шекера [B]; Сергей Пустовой [C]; Петр Яблонський [D]; Николай Бутенко [D]; Александр Пьявчук [D]

***Corresponding author:** директор Департамента, д.т.н., профессор, Заслуженный работник образования Украины, e-mail: mirnenkovi@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7484-1035

[A] Департамент военного образования и науки Министерства обороны Украины, пр-кт Воздухофлотский, 28, г. Киев, 03049, Украина

[B] Национальная медицинская академия последипломного образования имени П.Л. Шупика, ул. Дорогожицкая, 9, г. Киев, 04112, Украина

[C] ООО "КОТРИС", ул. Петра Нестерова, 3, г. Киев, 03680, Украина

[D] Национальный университет обороны Украины, пр-кт Воздухофлотский, 28, г. Киев, 03049, Украина

Аннотация

В статье построена математическая модель профилактического обслуживания военнослужащих с использованием полумарковского случайного процесса. За модель заболеваемости военнослужащих избран экспоненциальный закон распределения времени между заболеваниями. Применение такого закона является правомерным для военнослужащих не старше 45 лет. Критерием эффективности профилактического обслуживания военнослужащих избран коэффициент работоспособности, представляющий собой вероятность нахождения военнослужащего в работоспособном состоянии в любой момент времени. В работе установлена аналитическая зависимость предложенного коэффициента работоспособности от параметров системы медицинского обслуживания, а именно: уровня заболеваемости, периодичности проведения диспансерных осмотров, вероятности обращения военнослужащего за медицинской помощью в случае заболевания, качества постановки диагноза заболевания в санитарной части и госпитале, продолжительности полного восстановления работоспособности. Полученные зависимости соответствуют физическому смысла и могут быть использованы на практике. В статье показана зависимость коэффициента работоспособности от периодичности проведения диспансерных осмотров при различных уровнях заболеваемости и остальных зафиксированных параметров медицинского обслуживания.

Ключевые слова: коэффициент работоспособности, периодичность проведения диспансерных осмотров, интенсивность заболеваний, продолжительность восстановления работоспособности, качество диагностики.

Determination of the working capacity coefficient of the servicemen from the parameters of the proposed model

Volodymyr Mirnenko *[A]; Oleg Shekera [B]; Sergey Pustovoy [C]; Peter Yablonsky [D]; Mykola Butenko [D]; Oleksandr Piavchuk [D]

[*]**Corresponding author:** Department Director, Doctor of Technical Sciences, Professor, Honored Worker of Education of Ukraine, e-mail: mirnenkovi@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7484-1035

[A] Department of Military Education and Science of the Ministry of Defence of Ukraine, 28, Vozduhoflotsky, ave, Kyiv, 03049, Ukraine

[B] National Medical Academy of Postgraduate Education P.L. Shupika, 9, Dorogozhitska st., Kyiv, 04112, Ukraine

[C] Engineering company "Kotris", 3, Petra Nesterova st., Kyiv, 03680, Ukraine

[D] National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovskyi, 28, Vozduhoflotsky, ave, Kyiv, 03049, Ukraine

Abstract

The article builds a mathematical model of preventive maintenance of servicemen using a semi-Markov random process. The exponential law of distribution of time between diseases is chosen as the morbidity model of servicemen. The application of such a law is rightful for servicemen not older than 45 years. A working capacity coefficient is chosen as the criterion for the effectiveness of preventive services for servicemen, and which represents the probability that a serviceman is in working condition at any time. The paper establishes the analytical dependence of the working capacity coefficient, which is proposed, on the parameters of the health care system, namely: the level of morbidity, frequency of dispensary examinations, the probability of applying for medical care in case of illness, the quality of diagnosis of the disease in the sanitary unit and the hospital, the duration of full recovery. The obtained dependences are corresponded to the physical meaning and can be used in practice. The article shows that the working capacity coefficient depends on the frequency of dispensary examinations at different levels of morbidity and on the other fixed parameters of medical care.

Keywords: working capacity coefficient, periodicity of dispensary examinations, intensity of diseases, duration of recovery, quality of diagnostics.

References

1. Shekera O.H,, Yablons'kyy P.M., Shekera O.G., Mel'nyk D.V., Kukharchuk H.M., Panasenko M.S. (2016) Formalizovana model' funktsionuvannya systemy medychnoho obsluhovuvannya naselennya. *Zdorov"ya suspil'stva*. №3-4, s.130-131
2. Mirnenko, V., Yablonsky, P., Butenko, M., Lytvynko, S., Gutvert, R. (2019). Mathematical model for determining the effectiveness of medical examination of military personnel. *Journal of Scientific Papers «Social Development and Security»*, *9*(5), 143-157. DOI: 10.33445/ sds.2019.9.5.10.
3. Gertsbakh I.B., Modeli profilaktiki Moskva, Sov. Radio , 1969.
4. Mirnenko, V., Yablonsky, P., Koskov, Y., Litvinko, S. (2017). The mathematical model of medical servicing of servicemen with the use semi-Markov stochastic process theory. *Journal of Scientific Papers «Social Development and Security»*, *2*(2), 12-24. DOI: 10.5281/zenodo.1117937
5. Shekera O.G., Yablons'kyy P.M. (2008) Perspektyvy zberezhennya ta ukriplennya zdorov"ya viys'kovosluzhbovtsiv ZS Ukrayiny. *Visnyk sotsial'noyi hihiyeny ta orhanizatsiyi okhorony zdorov"ya Ukrayiny*. № 3. S. 31–38.